

*«Формирование функциональной грамотности
школьников
на уроках математики»*



ОСОБЕННОСТИ ЭТАПА РАЗВИТИЯ РОССИЙСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Нельзя человека научить на всю жизнь,
его надо научить учиться всю жизнь!»

К. Д. Ушинский



- ИЗМЕНЕНИЕ ЗАПРОСА НА КАЧЕСТВО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
- ПРИОРИТЕТНОЙ ЦЕЛЬЮ СТАНОВИТСЯ ФОРМИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ (PISA: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ, ЕСТЕСТВЕСТВОНАУЧНАЯ, ЧИТАТЕЛЬСКАЯ И ДР.)
- СОЗДАНИЕ ПОДДЕРЖИВАЮЩЕЙ ПОЗИТИВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ ЗА СЧЕТ ИЗМЕНЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ ДЛЯ БОЛЕЕ ПОЛНОГО УЧЕТА ИНТЕРЕСОВ УЧАЩИХСЯ И ТРЕБОВАНИЙ 21 ВЕКА

СОСТАВЛЯЮЩИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ

- 1. **Читательская грамотность** Способность человека понимать и использовать письменное тексты, размышлять о них и заниматься чтением, чтобы достигать своих целей, расширять свои знания и возможности, участвовать в социальной жизни.
- 2. **Естественно-научная грамотность** Способность человека занимать активную гражданскую позицию по вопросам, связанным с естественно-научными идеями: научно объяснять явления; понимать особенности естественно-научного исследования; интерпретировать данные и использовать научные доказательства.
- 3. **Математическая грамотность** Способность формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах: применять математические рассуждения; использовать математические понятия и инструменты.
- 4. **Финансовая грамотность**
- 5. **Креативное мышление**
- 6. **Глобальные компетенции**

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ГРАМОТНОСТЬ СТОИТ В ОСНОВЕ САМОЙ МАТЕМАТИКИ

- Формирование и развитие функциональной грамотности школьников выступает одним из главных показателей качества знаний и умений учащихся в аспекте международных сравнительных исследований.
- Функциональная грамотность – это ключевые умения, которые позволяют использовать математические методы, чтобы решать задачи, которые возникают из практики, решать задачи, с которыми мы сталкиваемся в жизни.
- В действительности, функциональная грамотность стоит в основе самой математики.

СТРУКТУРА ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ



Математическая грамотность (исследование PISA)



Математическая грамотность – это способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане.

РЕАЛЬНЫЙ МИР

Проблема,
в контексте

Оценивать

Результаты
в контексте

Формулировать

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МИР

Математическая
проблема

Применять

Математические
результаты

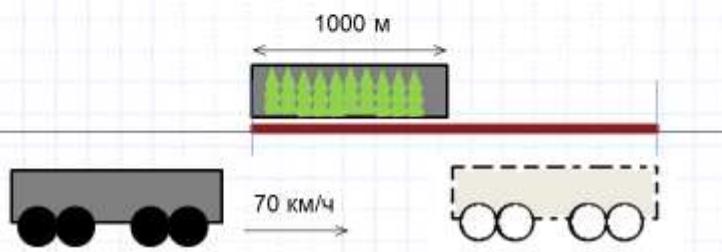
Интерпретировать

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ – ПРЕДМЕТНОЕ ЯДРО ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ

Движение протяженных тел

(из текстов ЕГЭ)

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 70 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 1000 метров, за 1 минуту 48 секунд. Найдите длину поезда в метрах.



Решение:

$$48 \text{ сек} = 0,8 \text{ мин}$$

$$1,8 \text{ мин} = 0,03 \text{ ч}$$

$$1) 70 \cdot 0,03 = 2,1 \text{ (км)}$$

$$2) 2,1 - 1 = 1,1 \text{ (км)}$$

Ответ: 1100 м

Оценить результат!

Математическое содержание, которое используется в тестовых заданиях (предметное ядро функциональной грамотности):

Изменение и зависимости; Пространство и формы; Неопределенность и данные; Количество

Когнитивные процессы (составляющие интеллектуальной деятельности), которые описывают деятельность ученика:

Формулировать ситуацию математически; Применять математические понятия, факты, процедуры; Интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты; Рассуждать

Контекст, в котором представлена проблема:

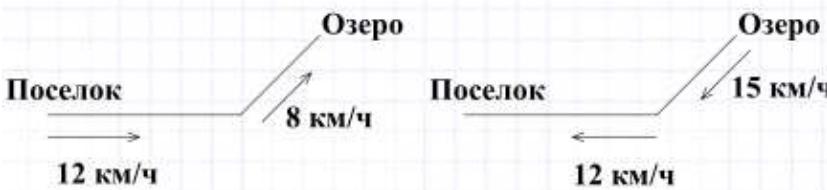
Личная жизнь; Образование/профессиональная деятельность; Общественная жизнь; Научная деятельность

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ – ПРЕДМЕТНОЕ ЯДРО ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ

Движение в гору и с горы

(из текстов ГИА)

Путь от посёлка до озера идёт сначала горизонтально, а затем в гору. От посёлка до озера велосипедист доехал за 1 час, а обратно за 46мин. Его скорость на горизонтальном участке была равна 12км/час, на подъёме-8км/час, а на спуске-15км/час. Найдите расстояние от посёлка до озера.



Решение:

	V (км/ч)	t(ч)	S (км)
Горизонтально	12	X	12ч
В гору	8	1-X	8(1-X)
С горы	15	$\frac{23}{30} - x$	$15(\frac{23}{30} - x)$

$$12x + 8(1-x) = 12x + 15\left(\frac{23}{30} - x\right)$$

Ответ: 10 км

Поиск решения задач

№	Основные этапы	Что нужно сделать
1.	Понимание задачи	О чём говорится в задаче? Что дано? Что надо найти? Определено ли неизвестное данными задачи?
2.	Анализ задачи (путь от неизвестного к данным)	Какова связь между искомой величиной и известными величинами? Попробовать свести данные и искомые величины в таблицу. Преобразовать известные элементы. Попытаться получить, таким образом, новые элементы, более близкие к искомым величинам. Применить аналогию.
3.	Синтез задачи (реализация найденной идеи решения)	Арифметическое, алгебраическое (составление уравнения) или комбинированное (арифметическое + алгебраическое) решение задачи.
4.	Проверка и критическая оценка решения	Какую величину нужно было найти и какую величину получили? Правдоподобен ли результат? Почему? Нельзя ли сделать проверку? Нет ли другого более короткого способа решения? Испытывать правильность каждого шага, принимая лишь то, «что усматривается с полной ясностью или выводится из полной достоверности» (Р. Декарт)

ДВИЖЕНИЕ К ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ



Задания, которые мы учим выполнять, приближают конечную цель
- выражают функционально грамотную личность!

УСЛОВИЯ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ

Формирование математической грамотности школьников на уроках математики возможно через:

формирование у каждого учащегося опыта творческой социально значимой деятельности в реализации своих способностей, использование приобретенные знания и умения в **практической деятельности и повседневной жизни**:

- Для практических расчетов по формулам, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;
- Для построения и исследования простейших математических моделей;
- Для описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически;
- Для интерпретации графиков реальных процессов;
- Для решения геометрических, физических, экономических, логических и других прикладных задач

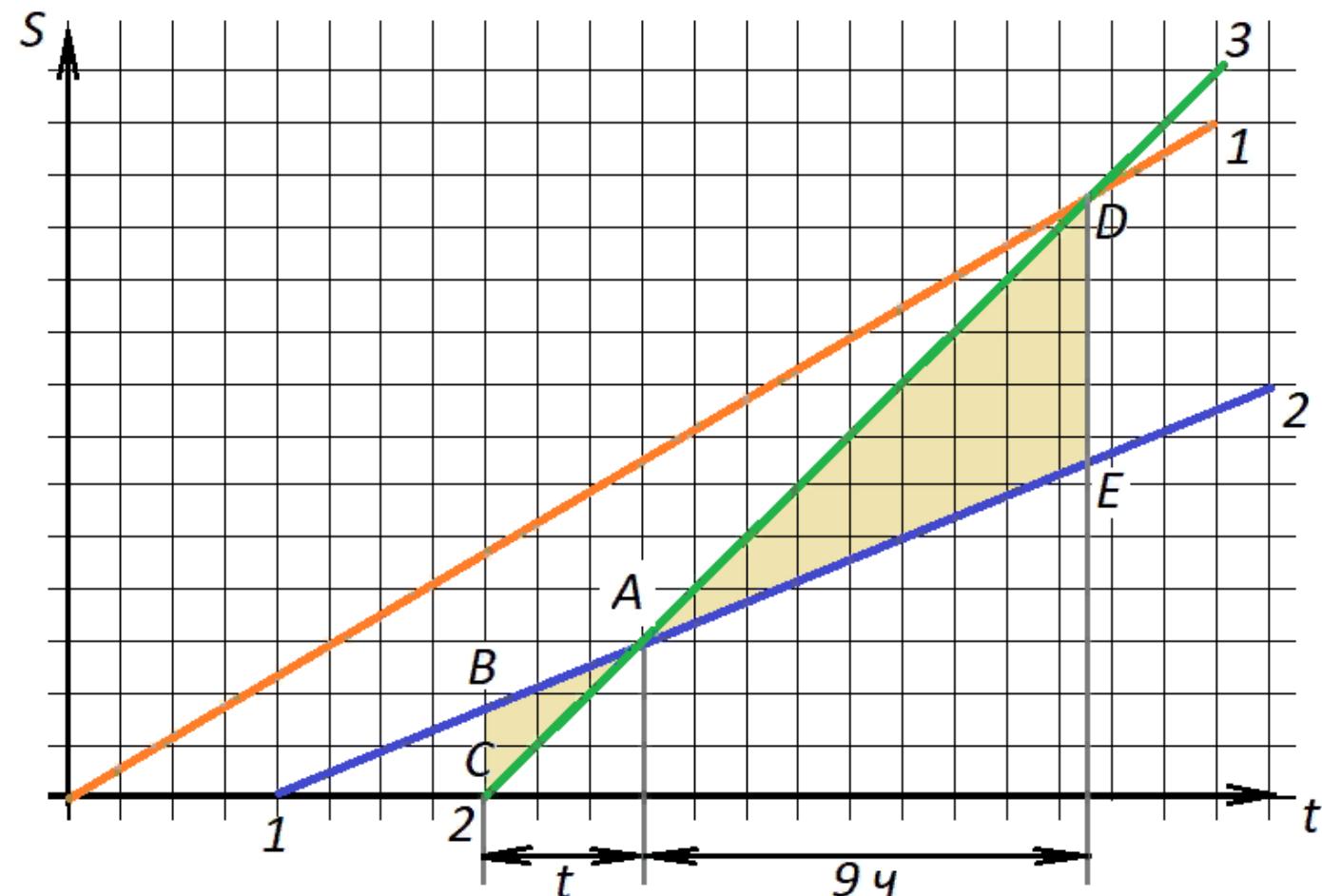


ПРАКТИКО – ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

ГРАФИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

ЗАДАЧА О ТРЁХ ВЕЛОСИПЕДИСТАХ

- Из одного пункта в одном направлении выехали 3 велосипедиста с интервалом в 1 час. Первый велосипедист едет со скоростью 15 км/ч, а второй со скоростью 20 км/ч. Третий догоняет первого, а еще через 9 часов догоняет второго велосипедиста. Найдите скорость третьего велосипедиста.



ПРАКТИКО – ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

ГРАФИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

ЗАДАЧА О ТРЁХ ВЕЛОСИПЕДИСТАХ

- Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Пусть скорость третьего велосипедиста x (км/ч), t – время, которое ему понадобилось, чтобы догнать второго. До встречи на трассе они проехали одинаковое расстояние. Известно, что второй ехал на 1 час больше. Составим таблицу:

	V (км/ч)	t (ч)	S (ки)
3	x	t	xt
2	10	$t+1$	$10(t+1)$

Таким образом, можем составить уравнение:
 $xt = 10(t+1)$

До встречи на трассе третий и первый проехали одинаковое расстояние. Третий догнал первого через 2 часа 20 минут после того, как догнал второго, значит до встречи с первым третий затратил $(t + 7/3)$ часов, а первый на этот момент уже находился в пути $(2+t+7/3)$ часа, так как третий выехал через 2 часа после первого, догнал второго, затратив t часов, и еще через $7/3$ часа догнал первого:

	V (км/ч)	t (ч)	S (ки)
3	x	$t + \frac{7}{3}$	$x(t + \frac{7}{3})$
1	15	$t + \frac{7}{3} + 2$	$15(t + \frac{7}{3} + 2)$

Таким образом, можем составить еще одно уравнение:

$$x = \frac{t}{10 + 10t} = \frac{\frac{7}{3}}{10 + 10 \cdot \frac{7}{3}} = \frac{\frac{7}{3}}{10 \cdot 3} + 10 = 12 + 10 = 32 \text{ (км/ч)}$$

Скорость третьего велосипедиста равна 25 (км/ч).

$$x(t + \frac{7}{3}) = 15(t + \frac{7}{3} + 2)$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} xt = 10(t+1) \\ x(t + \frac{7}{3}) = 15(t + \frac{7}{3} + 2) \end{cases}$$

Выразим t в первом уравнении и подставим во второе:

$$\begin{aligned} x = \frac{10 + 10t}{t} \\ \frac{10 + 10t}{t} \cdot \left(t + \frac{7}{3}\right) = 15\left(t + \frac{7}{3} + 2\right) \quad | \cdot 3t \\ (10 + 10t)(3t + 7) = 15t(3t + 7 + 6) \end{aligned}$$

$$30t + 70 + 30t^2 + 70t = 45t^2 + 105t + 90t$$

$$\begin{aligned} 15t^2 + 95t - 70 = 0 \quad | : 5 \\ 3t^2 + 19t - 14 = 0 \end{aligned}$$

$$D = b^2 - 4ac = 19^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-14) = 361 + 168 = 529$$

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-19 + \sqrt{529}}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \\ t_2 &= \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-19 - \sqrt{529}}{2 \cdot 3} = \frac{-42}{6} = -7 \end{aligned}$$

Время есть величина положительная, поэтому $t = 2/3$.

Таким образом:

ПРАКТИКО – ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СХЕМЫ

№ 99568

Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Пусть x - общий доход семьи

Рассмотрим уравнения (М-доход мужа, Ж-доход жены, Д- доход дочери)

$$1. M + J + D = x$$

$$2. 2M + J + D = 1,67x$$

$$3. M + J + D/3 = 0,96x$$

Из 2-го уравнения вычитаем 1-е уравнение

$$M = 0,67x$$

Из 1-го уравнения вычитаем 3-е уравнение

$$2D/3 = 0,04x$$

$$D = 0,06x$$

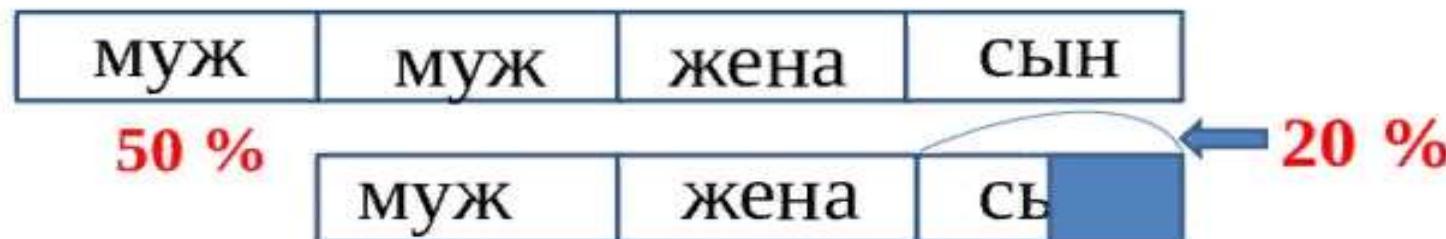
Отсюда

$$J = x - M - D = x - 0,67x - 0,06x = 0,27x$$



ПРАКТИКО – ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СХЕМЫ

Семья состоит из мужа, жены и сына – студента. Если зарплата мужа увеличится вдвое, то общий доход семьи возрастет на 50%. Если стипендия сына уменьшится в два раза, то общий доход семьи снизится на 10 %. Сколько процентов от общего дохода составляет зарплата жены?

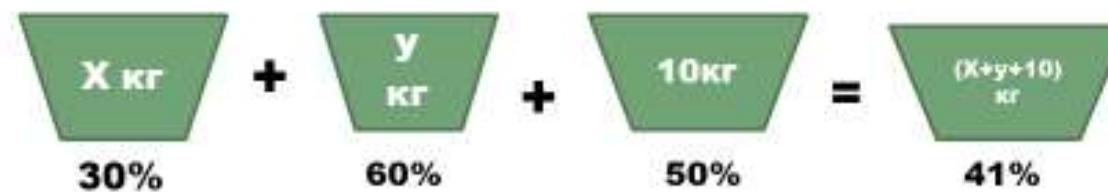
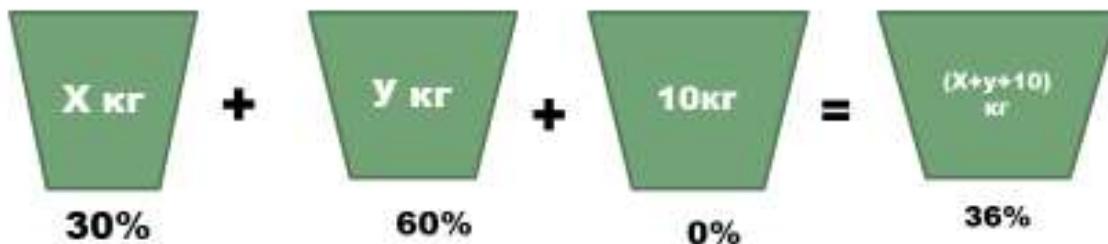


$$100 \% - 50 \% - 20 \% = 30 \% \quad \text{Ответ : 30 \%}$$



ПРАКТИКО – ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СХЕМЫ

№ 99577 Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?



$$\left\{ \begin{array}{l} 30X + 60Y = 36(X+Y+10) \\ 30X + 60Y + 500 = 41(X+Y+10) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -6X + 24Y = 360 \\ -11X + 19Y = -90 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X - 4Y = -60 \\ -11X + 19Y = -90 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 11X - 44Y = -660 \\ -11X + 19Y = -90 \end{array} \right.$$

$$X = 60$$



Ответ: для получения смеси использовали 60 кг 30 – процентного раствора

ПРЕОБЛАДАЮЩИЙ МЕТОД – ПОЗНАВАТЕЛЬНЫЙ ЧЕРЕЗ САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ

Часто в практических задачах нужно узнать длину окружности.

Способы измерения длины окружности:



1. След от круга на прямой (один оборот).



2. Измерение диаметра.

В процессе измерений заметили, что между длиной окружности и длиной её диаметра имеется определённая зависимость.

Отношение $\frac{C}{d}$ одинаково для любой окружности.

Его стали обозначать греческой буквой π – первая буква греческого слова «периферия» – круг (περιφέρεια)

Предметы	Длина окружности C	Диаметр d	Отношение $\frac{C}{d}$
Стакан	22 см	7 см	3.1428
Ведро	82 см	26 см	3.1538
Тарелка	62 см	19.5 см	3.1794
Кастриоля	69 см	22 см	3.1363
Бидон	52 см	16.5 см	3.1515

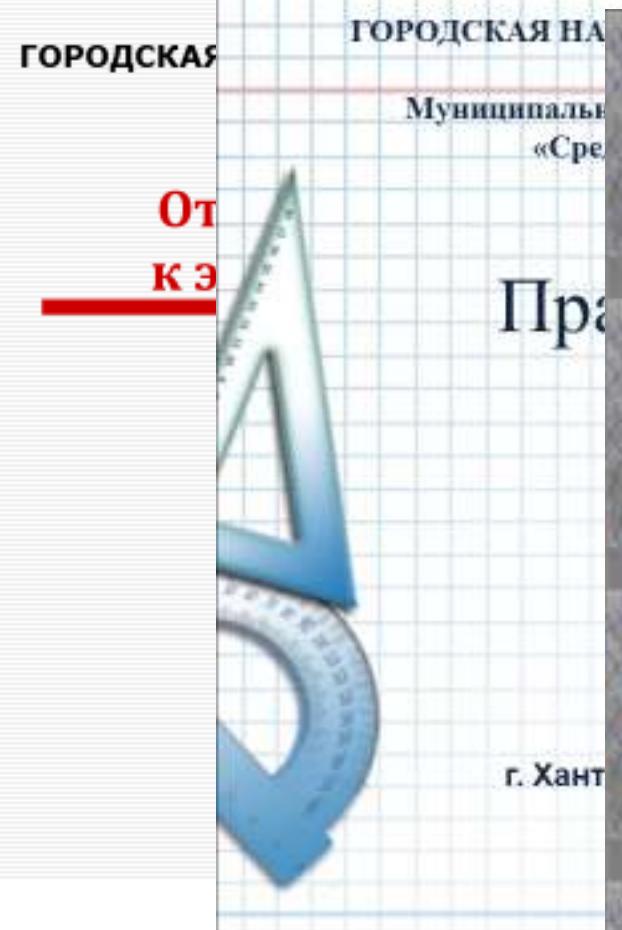
ПРАКТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Формирование математической грамотности школьников на уроках математики возможно через РЕШЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ЗАДАЧ :

- ❖ анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков, анализа информации статистического характера;
- ❖ исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур; вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства".

ПРАКТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Формирование математической грамотности школьников на уроках математики возможно через РЕШЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ЗАДАЧ И ПРОЕКТОВ :



УСЛОВИЯ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ

- ◆ обучение должно носить деятельностный характер (одна из целевых функций обучения любому предмету в начальной школе – формирование у школьников умений самостоятельной учебной деятельности, поэтому проблема функциональной грамотности рассматривается, как проблема деятельностная, как проблема поиска механизмов и способов быстрой адаптации в современном мире);
- ◆ учебная программа должна быть взвешенной и учитывать индивидуальные интересы учащихся и их потребность в развитии (новый Стандарт соответствует данному условию);
- ◆ учащиеся должны стать активными участниками процесса изучения нового материала;
- ◆ учебный процесс необходимо ориентировать на развитие самостоятельности и ответственности ученика за результаты своей деятельности;
- ◆ в урочной деятельности использовать продуктивные формы групповой работы;
- ◆ школы активно поддерживают исследования учеников в области сложных глобальных проблем.